

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

离散事件系统建模与仿真

(第二版)

王维平 朱一凡 李 群 编著
杨 峰 曹星平

科学出版社

北 京

内 容 简 介

离散事件系统仿真是仿真技术的重要领域,在规划论证、方案评估、计划调度、加工制造、产品试验、生产培训、训练模拟、管理决策等方面得到广泛应用。

本书比较全面、深入地介绍了离散事件系统建模仿真的理论、方法和技术,突出了对理论建模方法和计算机实现技术的讲解,对离散事件系统建模仿真的发展和应用情况也有比较详尽的介绍。本书每章后附有练习题,适合用作有关专业本科生的教材,也可供在职人员学习深造使用。

图书在版编目(CIP)数据

离散事件系统建模与仿真/王维平等编著.—2版.—北京:科学出版社, 2006

(普通高等教育“十一五”国家级规划教材)

ISBN 978-7-03-017636-3

I.离… II.王… III.离散系统(自动化)-系统仿真-高等学校-教材
IV.TP391.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 078367 号

责任编辑:资丽芳 毛 莹 杨 然 / 责任校对:李奕莹
责任印制:张克忠 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1997 年 8 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2007 年 8 月第 二 版 印张:24 1/2

2007 年 8 月第一次印刷 字数:463 000

印数:1—3 000

定价:36.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈科印〉)

第二版前言

经过近二十年的发展，离散事件系统建模与仿真的应用已经渗透到国防和国民经济的各个领域，成为科学探索和实践分析中最活跃的学科之一。实践证明，继理论研究、实验研究之后，系统仿真研究正在成为人类认识世界和改造世界的“第三种手段”，而且这种手段的应用范围越来越广阔。

本书首先介绍系统仿真的基本概念和仿真建模的数学基础，然后介绍具体的建模手段和方法以及仿真模型的设计与实现，其后是仿真结果的分析与模型校验，最后是仿真语言与仿真应用。考虑到本科生学习的特点，本书在介绍理论方法的同时，注重对其来龙去脉的讲解，特别是在系统建模方法和模型设计方面，结合具体实例进行详尽说明，使学生容易掌握。关于建模的具体方法和步骤的介绍，在国内相关书籍中较少见到。正因为如此，本书第一版被国内多家大学列为教材和教学参考书，并被列为全国大学生数学建模竞赛的重要参考书籍。

结合本书第一版出版十年来的使用情况以及作者对离散事件系统建模与仿真的应用体会，在第一版的基础上，作者对书稿进行了较大幅度的改动，重点修改了第1章概论，第4章仿真模型设计与实现，第7章离散事件系统建模仿真应用，重新撰写了第6章仿真语言，其他各章也做了一定程度的修改，使之更符合教学与实践的需要。

全书由王维平组织改写和统稿。第1章由王维平和李群负责改写，第2章由朱一凡负责改写，第3、4章由王维平和朱一凡负责改写，第5章由朱一凡和曹星平负责改写，第6章由李群负责改写，第7章由杨峰负责改写。

本书的出版得到了科学出版社的大力支持和帮助，特别是资丽芳编辑和毛莹编辑，为本书的出版倾注了大量的心血，在此作者表示衷心感谢。

感谢美国 CACI International Inc. 公司提供的 Simscript II.5 软件和技术文档，以及在本书相关内容编写过程中给予的支持。

本书第一版的作者华雪倩老师和张汉江老师，尽管已经不再从事系统仿真领域的工作，但仍然对本书给予了关心和支持，在此表示敬意和感谢。

感谢作者所在实验室的刘晨、陈超、仲辉、许永平等博士研究生，在书稿的编写过程中帮助收集了大量资料，并对书稿进行了认真仔细的校对。

感谢所有关心和支持本书编写和出版的人们。

书中不当之处敬请读者批评指正。

编者

2007年6月于长沙

第一版前言

离散事件系统是一类重要的系统。由于这类系统的状态变化仅在一些离散时刻点上由随机事件引发,而且其内部机制比较复杂,因此系统的模型一般无法表示成一组数学方程式。20世纪70年代开展了离散事件系统建模与仿真技术的研究,随后得到发展,并在系统工程及其相关领域得到广泛应用。但是,国内目前专门讲授离散事件系统仿真的教科书并不多见。

本书是为系统工程本科专业编写的教材,讲授离散事件系统仿真的基本原理、数学基础、建模方法、计算机模型实现、仿真语言、决策应用,以及仿真结果分析和模型校验等方面的内容。在内容安排上,突出了建模方法及仿真模型设计与实现,弥补了其他有关书籍在这方面的不足。书中例题较多,每章附有练习题,适于教学使用;部分章节引入了作者最新科研成果,具有新颖独到之处。通过本书的学习,可以使系统较为系统、全面、深入地掌握离散事件系统建模与仿真方面的知识和技能。

全书由王维平组织编写和统稿。第1、2章由朱一凡编写,第3、4章由王维平编写,第5章由华雪倩、张汉江合作编写,第6章由王维平、朱一凡合作编写,第7章由华雪倩编写。在编写过程中,参考了很多有关的著作,主要参考书名及作者已列于书后。这里,谨对全部作者表示诚挚的感谢,恕不一一列出作者的姓名。

在书稿的审定过程中,殷洪义教授提出了中肯的意见,在此表示衷心的感谢。

由于时间比较仓促,作者水平有限,书中的某些内容恐有不妥之处,望读者不吝赐教。欢迎相关专业的读者选用本书,并向读者致意。

编 者

1996年10月于长沙

目 录

第二版前言

第一版前言

第 1 章 概论	1
1.1 仿真基本概念	1
1.1.1 物理仿真	2
1.1.2 计算机仿真	3
1.1.3 仿真及其应用	8
1.1.4 仿真建模的基本原则	12
1.1.5 仿真研究的基本步骤	14
1.2 连续系统仿真	15
1.2.1 连续系统模型	15
1.2.2 连续系统仿真算法	20
1.3 离散事件系统仿真	22
1.3.1 离散事件系统模型	22
1.3.2 离散事件系统仿真策略	24
1.3.3 模型的形式化描述规范	25
1.4 现代仿真技术发展	27
1.4.1 建模方法	28
1.4.2 仿真软件	31
1.4.3 分布交互仿真技术	36
1.4.4 计算机技术在仿真中的应用	37
练习 1	40
第 2 章 仿真的概率统计基础	42
2.1 概率统计的基本概念	42
2.2 常用概率分布	45
2.2.1 离散型分布	45
2.2.2 连续型分布	46
2.2.3 系统概率分布模型	51

2.3	分布假设与检验	54
2.3.1	分布类型假设	54
2.3.2	分布参数估计	57
2.3.3	分布假设检验	59
2.4	伪随机数及其生成	68
2.4.1	伪随机数	69
2.4.2	伪随机数生成方法	71
2.4.3	伪随机数序列的检验和确认	74
2.5	随机变量的生成算法	81
2.5.1	常用的随机变量生成方法	81
2.5.2	常用分布的随机变量生成	88
	练习 2	92
第 3 章	理论模型建模方法	95
3.1	基本概念和术语	95
3.2	实体流图法	96
3.2.1	实体流图	96
3.2.2	实体流图模型的人工运行	103
3.3	活动周期图法	106
3.3.1	活动周期图	107
3.3.2	ACD 模型的人工运行	116
3.4	Petri 网方法	119
3.4.1	Petri 网的定义及其建模方法	119
3.4.2	网系统	120
3.4.3	Petri 网的特性	125
3.4.4	小结	128
3.5	Euler 网方法	128
3.5.1	Euler 图与奇异 Euler 图	129
3.5.2	Euler 网	131
3.5.3	初级 Euler 网系统	132
3.5.4	高级 Euler 网系统	136
	练习 3	143
第 4 章	仿真模型设计与实现	146
4.1	离散事件系统仿真策略	146

4.1.1	事件调度法	146
4.1.2	活动扫描法	147
4.1.3	三段扫描法	148
4.1.4	进程交互法	150
4.2	仿真模型设计	152
4.2.1	面向事件的仿真模型	153
4.2.2	面向活动的仿真模型	155
4.2.3	面向进程的仿真模型	161
4.3	仿真模型的计算机实现	162
4.3.1	简单排队系统模型的 C++ 语言实现	163
4.3.2	基于 SimuLib 的仿真模型实现	169
练习 4		197
第 5 章 SIMSCRIPT II.5 仿真语言		198
5.1	SIMSCRIPT II.5 的功能特点	198
5.2	SIMSCRIPT II.5 程序设计基础	200
5.2.1	程序结构	200
5.2.2	主程序	201
5.2.3	变量	201
5.2.4	Preamble	204
5.2.5	赋值语句和表达式计算	204
5.2.6	输入和输出	205
5.2.7	程序逻辑控制	207
5.2.8	程序例程	211
5.2.9	预定义元素	214
5.3	进程交互法仿真的概念和定义	214
5.3.1	仿真时间	215
5.3.2	实体	218
5.3.3	集合	220
5.3.4	进程	223
5.3.5	资源	231
5.3.6	预定义属性	233
5.3.7	概率统计	233
5.4	进程交互法仿真示例	236

5.4.1	加油站模型示例	236
5.4.2	银行模型示例	241
5.4.3	海港模型	245
5.5	事件调度法仿真示例	249
5.5.1	进程和事件	250
5.5.2	基于事件调度的加油站模型	251
5.5.3	附加的事件命令	253
5.6	连续系统仿真示例	253
5.6.1	连续系统模型的性质	253
5.6.2	微分方程解法	254
5.6.3	离散事件-连续系统混合模型	254
5.6.4	SIMSCRIPT II.5 的连续特征	255
5.6.5	积分控制语句	257
5.6.6	应用示例	257
	练习 5	268
第 6 章	仿真结果分析与模型校验	270
6.1	终态仿真结果分析	270
6.1.1	重复运行法	270
6.1.2	序贯程序法	272
6.2	稳态仿真结果分析	274
6.2.1	批均值法	274
6.2.2	稳态序贯法	276
6.2.3	再生法	278
6.3	灵敏度分析	280
6.4	模型有效性校验	282
6.4.1	VV&A 基础	282
6.4.2	VV&A 方法	285
6.4.3	VV&A 管理	300
	练习 6	305
第 7 章	离散事件系统仿真应用	307
7.1	排队系统仿真	307
7.1.1	基本知识	307
7.1.2	系统建模	310

7.1.3	仿真实例	313
7.2	库存系统仿真	320
7.2.1	基本知识	320
7.2.2	系统建模	320
7.2.3	仿真实例	324
7.3	加工制造系统仿真	334
7.3.1	问题描述	334
7.3.2	系统建模	335
7.3.3	仿真实例	336
7.4	作战系统仿真	345
7.4.1	应用 Petri 网方法建模	345
7.4.2	应用 Euler 网方法建模	349
7.4.3	反舰导弹攻防对抗仿真实例	351
	练习 7	356
	参考文献	358
	附录 A SimuLib 库函数参考	360
	附录 B 常用数表	374

第 1 章 概 论

随着科学技术的不断进步及其应用领域的不断拓展，人类认识世界、改造世界的方法和手段也在不断发展和提高。纵观人类科技进步的历程，理论研究在科学探索和技术创新中始终发挥着重要作用。以物理学为例，从开普勒的行星运动三大定律，到牛顿的万有引力定律，再到爱因斯坦的相对论，理论研究越来越深入，理论体系越来越完善。同样，实验研究也是科学探索和技术创新的重要手段，从物质结构的微观分析，到技术原理的研究开发，都离不开先进的实验手段。20 世纪中期以来，计算机技术和信息技术的发展，推动了仿真技术的发展和运用。利用某种建模方法描述所研究的对象，采用一定的求解方法和计算机平台解算模型进而求得问题的解答，成为分析和解决复杂问题的一种普遍而有效的途径。可以说，继理论研究、实验研究之后，仿真试验正在成为人类认识世界和改造世界的“第三种手段”，而且这种手段的应用范围越来越广阔。

1.1 仿真基本概念

对系统进行试验、分析并寻求问题的解答，是人们在科学研究和实践中经常要做的工作。但是，有时用实际系统做试验是难以实现的，乃至无法获取分析所需的数据。典型的情况有：实际系统不存在，例如，系统可能还处于论证或设计阶段，在样机生产出来之前无法直接进行试验；试验具有危害性，例如，汽车安全性能试验、核电站生产控制方案试验等，直接在实际系统上试验可能会造成较大损失乃至严重后果；试验受到较大制约，例如，试验周期太长且代价无法接受（如某些社会学、经济学、生态学试验），试验环境难以设置（如武器装备的攻防对抗试验），试验受到国际公约限制（如核试验）；试验的花费过大，例如，飞机发动机和火箭发动机的设计过程中，需要进行大量的试验，而每次试验都要消耗巨额经费等。

为了能够在上述限制条件下对系统的特征和规律进行分析，人们在实践过程中不断总结和摸索出了一系列解决问题的方法。例如，对于正在论证和设计的系统，为了能够预测和评价系统的性能，可以采用系统设计相关领域的技术原理，建立反映系统性能及其变化规律的方程，通过解算方程达到研究目的。又如，在研究社会、经济和军事等领域的复杂系统问题时，基于对系统本质的了解和认识，建立反映系统动态变化过程的流程框图，通过推演的方式研究系统的动态变化规律。再如，对于有人参加的并且比较危险或耗费巨大的系统试验，利用计算

机和控制设备，通过某种算法产生与真实系统相同的场景和感受，并对人员的操作做出响应。这里提到的系统分析过程中的数学方程解算、动态过程推演、操作过程响应等就是非真实系统的试验过程；而试验过程中的方程、框图、虚拟设备和算法等非真实系统的试验对象就是系统的模型。显然，模型是真实系统的替代品，其中包含了反映所研究系统的特征和规律的相关信息。模型是为了达到系统分析研究的目的，经过对系统的抽象和简化所构建的反映系统特征和规律的相关信息的载体。对模型进行试验应当获取与真实系统试验一致的观测数据，而这种利用模型代替真实系统进行试验和分析的过程称为仿真。

1.1.1 物理仿真

仿真（simulation）是一种利用模型开展模拟试验研究的科学活动。构造系统的模型，用模型代替实际系统进行试验，在很多情况下是十分必要的，有时甚至是研究和解决问题的唯一可行手段。早在古代，用替代品模拟原物做试验这一朴素的仿真思想就已经出现并得到应用。当时，仿真模仿的对象一般是工程制品，实现的办法一般是拟制原物的缩比替代品，仿真模拟的目的一般是进行性能试验和设计。例如，古代建筑中的房屋屋顶多数为桁梁式结构，在建房过程中需要使用大量的木料。为了使屋顶稳固牢靠，除了要选择材质好、粗细适当的木料外，整个屋顶的桁架结构也必须满足一定的几何形状要求。也就是说，桁梁上的每一根木料都有确定的长度尺寸要求，不论木料长了还是短了都可能影响整个屋顶结构的稳定性。那么如何来确定屋顶上每一根木料的具体长度呢？显然不能拿木料到实际的屋顶上去试，这样既费时费力又可能造成不必要的木料浪费。这个问题对现代人来说是非常简单的，利用简单的力学原理和几何学的知识即可解决。但在科学尚不发达的古代，只能在地面上按实际尺寸的缩减比例模仿、拟制一个屋顶。经过若干次试验，确定一种稳定的结构之后，测量出模拟屋顶上每一根相应木料的长度，再按比例放大，从而得到实际所需的木料长度。

虽然上述构造原物替代品并进行试验的仿真方法源自古代，但至今在某些情形下仍发挥着重要甚至是不可替代的作用。例如，在飞机设计中对气动外形要求非常严格。由于飞机外形尺寸较大且造价昂贵，用飞机原物直接做试验将受到很大限制。为了获得飞机外形（尤其是机翼）的气动数据，可以制作各种不同外形的飞机（或机翼）缩比模型放到风洞中进行试验。这种以原物的物质替代品作为模型（物理模型）的仿真，称为物理仿真，其主要特点是：仿真的对象是某种工程制品或其部件，仿真的目的是对研究对象的设计性能进行分析和优化，仿真的模型不易改变，仿真的试验受到一定限制，仿真的形式比较单一，仿真的成本比较昂贵。

无论是古代已经出现的仿真雏形，还是后来逐步发展成熟的物理仿真，都展现了仿真的基本特点：都要有一个对象系统，都要有一个或一组模型，都要在模

型上做试验以获取所需的数据结果。由此可见，系统、模型、试验是仿真研究的基本要素，任何包含系统、模型和试验的科学活动，都可称之为仿真。系统是仿真的对象和问题的本源，试验是解决问题、达到研究目的的手段，而模型则是连接系统和试验（问题和手段）的桥梁。

1.1.2 计算机仿真

计算机的出现为仿真技术的发展提供了现代手段。随着计算机及相关信息技术的发展，计算机逐步成为仿真研究的主要手段，仿真进入了以计算机技术为支撑的信息时代。目前，一般语义下（没有特殊限定词）的仿真均指计算机仿真，而且一般是指数字计算机仿真（简称数字仿真）。

计算机仿真以计算机为平台建立系统模型并进行试验和分析的技术，计算机仿真随着计算机技术及相关信息技术的发展而进步。随着 1946 年第一台数字计算机诞生，20 世纪 40 年代末出现了模拟计算机仿真。在随后的近 60 年中，数字计算机技术迅速发展，计算能力和信息处理能力快速提高，数字计算机仿真逐步替代模拟计算机仿真成为普遍采用的仿真方法。微型计算机价格低廉和易于推广，计算机工作站运算速度快、存贮容量大、人机交互环境好、图形和网络功能强，都为计算机仿真的广泛应用提供了坚实的基础。对于大型、高速、实时或超实时系统，可以将数字仿真和模拟仿真灵活结合，进行混合计算机仿真。

计算机仿真突破了物理仿真的限制，以物质形式存在的模型被以抽象形式或抽象与实物相结合的形式存在的模型所取代，不同的模型可在同一台计算机上建立和运行，并可方便、灵活、高效地进行多次重复的试验，仿真试验的结果也可以借助计算机进行存储、表现和分析，从而将仿真技术提高到了前所未有的水平，仿真的应用也因之而拓展到大部分工程和非工程领域。

计算机仿真同样具备仿真的三项基本要素，下面逐一进行讨论。

1. 系统

计算机仿真的研究对象是不断运行、发展和变化的动态系统。在计算机仿真中，可以将系统划分为两大类，即工程系统和非工程系统。工程系统是指人类为满足某种需要，利用工业手段构造的具有预定功能的系统，例如机械、电气、动力、化工、武器等系统。在自然和人类发展过程中自身形成的系统称为非工程系统，例如生物、山脉、河流、社会、经济、军事、管理、交通等系统。系统类型的划分是相对的，复杂情况下某些系统可能是两类系统的混合系统。在一定条件下，系统可以分解为若干既相对独立又相互联系的子系统（或称分系统）。

图 1.1 所示的弹道导弹飞行控制系统是一个工程系统，其任务是保证弹道导弹以足够的精度把战斗部投送到预定的位置。弹道导弹的飞行控制包括两个方面，一是飞行弹道的控制，即控制导弹的质心运动，二是对飞行姿态进行控制，

即控制导弹绕其质心的运动。制导系统和姿态稳定系统是整个控制系统的两个子系统。制导系统能够根据预定目标的信息和打击要求，形成导弹沿着预定弹道飞行所需的指令和控制信号。姿态稳定系统可以使导弹保持飞行的稳定性，并为制导系统正常工作提供基础。

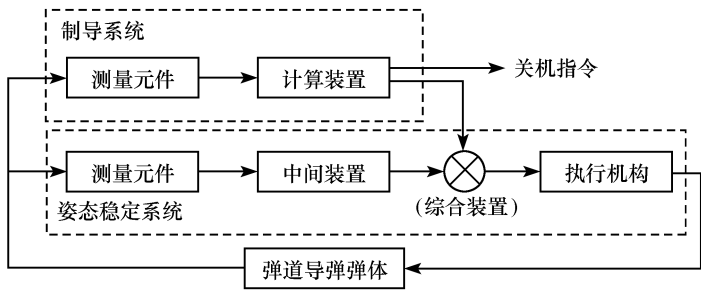


图 1.1 弹道导弹飞行控制系统

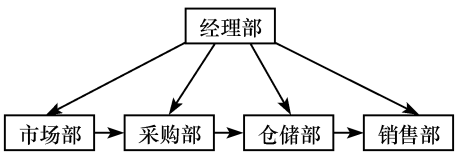


图 1.2 商品销售系统

图 1.2 所示的商品销售系统是一个非工程系统。在这个系统中，各部门之间既相对独立又相互联系，经理部负责各个部门之间的协调，并做出最终的决策。

系统由若干物理或逻辑上相对独立的单元及其相互关系构成，单元间影响关系的总和称为系统的结构。仿真研究中，一般将构成系统的物质、能量、信息和组织等有实际意义的物理或逻辑单元统称为实体（entity）。例如，弹道导弹飞行控制系统中的实体有弹道导弹弹体、测量单元、计算装置、执行机构等，商品销售系统中的实体有管理部门、管理人员、商品、货币以及设备、设施等。

凡实体总有属性（attribute）。所谓属性，是对实体所具有的主要特征的描述。例如，在弹道导弹飞行控制系统中，导弹弹体与控制系统有关的属性有导弹的飞行速度、飞行高度、飞行姿态角等，测量单元的属性有测量范围、测量误差等；在商品销售系统中，部门的属性有人员数量、职能范围等，商品的属性有生产日期、销售价格、销售数量、库存数量等。

属性可以用参数或状态（state）变量加以描述。在某一仿真应用中，如果实体的某一属性不会发生明显变化，或者所发生的变化具有事先可以预知的规律，且对所研究问题没有本质的影响，那么就可以将其作为固定或时变的参数来考虑；不同的参数设置，代表不同的仿真方案。由于实体自身的运行以及实体间的相互作用，实体的某些属性可能会随着时间的变化而持续发生变化，例如，弹道导弹的飞行速度和飞行高度；实体的其他属性可能在一段时间内保持不变，而因某类事件的发生在某些时刻点上发生变化，例如商品的销售价格和库存数量

等，这些属性通常作为状态变量来考虑。实体状态随时间变化而改变的过程称为实体的行为，这里，实体的行为可能表现为其状态随时间的持续变化，也可能表现为其状态随事件的跳跃变化。

任何仿真研究都是为了达到解决某一问题的目的而进行的。因此，在对一个系统进行仿真研究时，首先要根据研究的目的，对系统的边界进行合理的划定，即将所研究的系统与其所处的环境区分开来。系统的边界决定了系统中所包含的实体，研究目的不同，系统的实体可能会因之而发生变化。例如，对于商品销售系统，如果仅研究商品库存量的变化情况，那么系统只需包括销售部、采购部及仓储部即可。但若若要研究商品的销售与进货关系时，系统中还要包括市场部门，因为该部门负责调查、分析商品的需求、销售情况及其对进货的影响。

系统由实体构成，其整体当然也可以作为一个实体来描述，因此，上述用于实体分析和描述的思想，也可以用于分析系统的属性和状态变化，从而确定系统的参数和状态变量。系统状态变量的选取应当服从仿真研究的目的；同时，系统状态变量的值必须是可观测、可获取的，一般与实体的状态变量相关。

2. 模型

模型（model）是对系统特性和规律的描述，用于提供关于系统的有用信息。计算机仿真中的模型，一般用数学、逻辑或其他抽象的方法进行描述，而且最终用计算机语言加以实现；尽管它们并非都具有精确的数学表达形式，但统称为数学模型，以区别于物理模型。模型具有一些基本性质，例如相似性，即模型与所对应的系统必须具有相似的特性和规律；简化性，即模型只是对系统的近似表达；多样性，即同一系统的模型表示并不一定是唯一的，等等。

根据时间集合的特点，可以将模型分为连续时间模型和离散时间模型。连续时间模型中的时间用实数来表示，即系统的状态可以在任意时刻点获得。离散时间模型中的时间用整数来表示，即系统的状态只能在离散的时刻点上获得，这里的整数时间只定性地表示时间离散，而不一定是绝对时间。根据状态变量的特点，可以将模型分为连续变化模型和离散变化模型。在连续变化模型中，系统的状态变量是随时间连续变化的。在离散变化模型中，系统状态变量的变化是不连续的，即它只在特定时刻变化，而在两个特定时刻之间保持不变。按照这两种分类方法，各类模型中状态变量的轨迹特征可以用图 1.3 综合表述。图中，第 I 类模型的系统状态随时间连续变化，且在任意时刻皆可获得系统状态变量值，此类系统是纯粹意义上的连续系统，其对应的一般是常微分方程模型和连续时间的偏微分方程模型；第 II 类模型的系统状态随时间连续变化，但只能在离散时间点上获取系统状态变量值，一般称为采样系统，所对应的是离散时间的偏微分方程模型和系统动力学模型；第 III 类模型的系统状态在离散时间点上变化，在其他

时刻点系统的状态变量值却可以看作是连续不变的，对应的是离散事件系统模型；第 IV 类模型的系统状态变化和时间集合都是离散的，对应的是差分方程模型。第 I、II、IV 类模型统称连续系统模型。

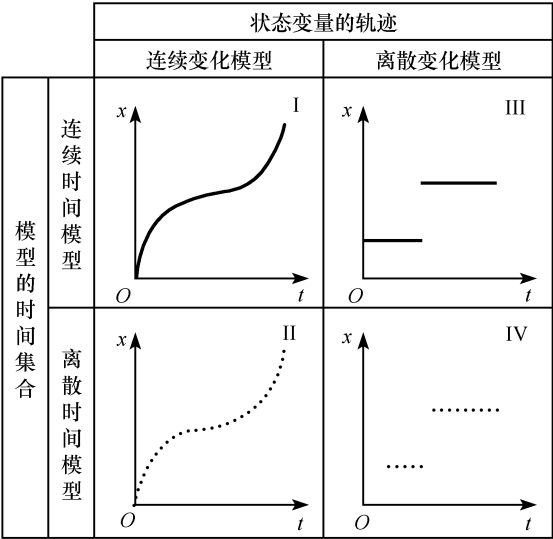


图 1.3 连续模型与离散模型

数学模型具有理论模型（theoretical model）和仿真模型（simulation model）两种存在形式，一般情况下数学模型泛指前者。理论模型是对所研究系统的理论描述（称为系统的一次建模），仿真模型是在理论模型基础上建立的更易于在计算机上编程实现的模型（称为系统的二次建模）。仿真模型可以直接采用某种通用程序设计语言实现，也可以采用某种基于通用程序设计语言的专用仿真语言加以实现，后者有利于提高仿真建模的能力和效率。模型是否有效，直接影响到仿真结果的可信度和可用性。对于所要解决的问题，在所允许的精度范围内，模型是否正确、有效，必须加以确认和验证，并最终得到权威部门的认定。

根据仿真研究目的和仿真对象系统的性质，可以采用不同的方法建立系统理论模型。国际仿真专家、美国 Florida 大学计算机信息科学与工程系的 P. A. Fishwick 教授按照模型描述方法的内在一致性，将计算机仿真的理论模型分为概念模型、描述模型、功能模型、约束模型、空间模型等五种基本类型。这五类模型可以结合使用，在一定条件下有的还可以互相转换。

① 概念模型（conceptual model）：以形象的方式对系统的实体、属性、行为和关系等进行概念性的描述。对象图是一种比较自然、规范和完善的概念建模方法，它采用类、对象、属性和方法函数等来描述系统的基本特征和变化规律。

② 描述模型（declarative model）：基于状态、事件以及二者之间的转移关

系描述系统的行为，并通过状态变化序列研究系统的行为。常用的描述模型包括有限状态机、有限事件机、Markov 链、Petri 网等。

③ 功能模型 (functional model): 基于功能和变量描述系统的行为，并能够以图形符号进行表达。常见的功能模型有功能框图、信号流程图、随机网络图、系统动力学流图等，其中功能框图模型最为典型，它通过功能模块之间的输入输出关系对系统的行为进行描述。

④ 约束模型 (constraint model): 用代数方程、常微分方程等数学方法或 Bond 图描述系统的内在规律和行为。常微分方程是一种典型的约束模型，并可以转换为相应的功能框图模型。Bond 图是工程技术人员经常采用的一种约束模型，它基于能量和能量转换关系，采用统一的方法对电磁学、力学、水力学、空气动力学、热力学和材料力学等领域的物理学原理进行描述，为不同工程领域的建模提供统一的视图。根据领域知识和能量的流向关系，可以将 Bond 图转换为微分方程及功能框图。

⑤ 空间模型 (spatial model): 根据空间分布关系对系统进行分解，并通过子空间的行为、规则和相互关系描述系统的整体行为。目前主要采用相格法建立空间模型。将相格空间的规则与气体分子的扩散特性结合起来，可以建立气体或粒子的扩散模型。将相格空间的规则与交通规则和车辆行驶速度等因素结合起来，可以建立复杂的交通系统模型。将相格空间向三维空间扩展时，根据植物的空间生长规则，可以建立植物生长模型。空间模型还可用于建立偏微分方程的求解算法。

3. 试验

在计算机上对模型进行试验，采集数据并进行分析，是计算机仿真的一项重要工作。可以说，仿真试验的科学性，在很大程度上决定了仿真研究的科学性。仿真试验是一项很专业化的工作，其主要任务是：根据试验需求所规定的试验类型与试验目的，明确试验所应用的仿真背景、试验类型与试验方法，确定试验因子及其变化规律，建立试验指标与模型响应的关联，明确仿真试验的终结方式，制定试验方案，依据方案进行仿真试验并收集仿真试验数据，对试验数据进行分析 and 处理。

仿真试验的主要步骤如下：

(1) 设置试验需求

设置内容包括：试验的目的，试验的客体，试验的分析指标，试验所关心的影响因素，支撑试验的模型等。

(2) 确定试验方法

针对试验类型不同，试验方法亦有所不同。仿真试验方法包括“蒙特卡罗法”、“正交设计法”、“均匀设计法”、“析因设计法”以及“自由设计法”等。

(3) 设立试验因子

试验因子是试验的输入。试验因子与仿真模型中定义的参数对应，分为分析因子与随机因子。其中，分析因子面向影响因素分析的需要，设立的目的是确定其显著性、相关性等，而设立随机因子的目的是向系统引入符合实际情况的随机噪声。

试验方法不同，分析因子的设立模式也随之变化。对于“析因设计法”而言，需要对试验因子的各个水平进行全面组合；对于“正交设计法”或“均匀设计法”而言，则是在全面组合空间中按照特定的原则进行采样，从而减少试验的次数。随机因子的设立需要选择特定的概率分布类型，并确定概率分布函数的参数。常用的概率分布函数有正态分布、指数分布、泊松分布、二项分布等。

(4) 试验响应设计

试验响应管理确定试验的输出。试验响应设计的主要工作包括：明确试验分析指标，分析指标反映了试验需求；建立分析指标与模型状态变量的关联，一个分析指标可以与多个模型状态变量相关联；明确模型状态变量的数据记录内容；明确模型状态变量在每组试验内部的试验次数。

(5) 试验运行与数据采集

其主要工作包括：根据试验次数进行试验运行控制，根据试验因子的配置信息产生试验激励，基于试验响应定义的评估指标完成与模型状态变量的关联，进行数据采集。

(6) 试验结果分析与数据开采

主要有两方面工作：一是根据试验分析指标对试验结果进行分析和处理，得到所需要的结论；二是在试验结果的基础上，根据仿真需要对试验结果做进一步的数据开采。例如，采用最小二乘线性回归方法建立有进一步使用价值的元模型（metamodel）。

1.1.3 仿真及其应用

在计算机尚未问世之前，仿真只是附属在有关学科中的一种试验分析方法，没有作为独立学科存在并且发展缓慢。计算机技术的进步促使计算机仿真的飞速发展，使得仿真的对象愈益复杂、目的更加多样、模型易于改变、试验更加灵活、形式趋于丰富、成本变得低廉，进而产生了大量的共性理论和技术问题，从而使仿真的理论和方法越加成熟，逐步发展成为相对独立的技术学科。

作为专业术语，计算机仿真技术可以定义为：以建模仿真理论、计算机技术和信息技术以及相关应用领域知识为基础，以计算机和相关物理效应设备为工具，利用数学模型或结合部分实物，对实际或设想的系统进行动态试验和分析的一门综合性技术。计算机仿真的发展与控制工程、系统工程和计算机技术的发展密切相关。控制工程是仿真技术较早应用的领域之一，控制技术的发展为现代仿

真技术的形成和发展奠定了良好的基础。系统工程的发展进一步完善了系统建模与仿真的理论体系,同时使系统仿真广泛应用于非工程系统领域的研究。计算机技术的发展则为仿真技术提供了强有力的支持工具。

1. 仿真的分类

根据仿真所用模型的性质,可以将仿真分为物理仿真、数学仿真和数学-物理混合仿真。如前所述,物理仿真形象、直观、逼真,但仿真的代价较大;数学仿真的特点是经济、方便、灵活;数学-物理混合仿真将数学模型与系统的部分实物混合使用,也称为半实物仿真或硬件在回路仿真。类似地,也可以将用于控制、制导、导航等用途的计算机软件接入数学仿真回路,以测试这些软件在系统环境中的正确性,这就是软件在回路仿真。如果将驾驶员、飞行员、航天员或者其他装置的操作人员接入仿真回路进行操纵试验或训练,就形成人在回路仿真。将实物、软件或人员接入仿真回路后,一般会对仿真提出实时性要求。

根据仿真所用计算机的性质,可以将仿真分为模拟仿真(analog simulation)、数字仿真(digital simulation)和模拟-数字混合仿真。模拟仿真基于数学相似原理,仿真的工具是模拟计算机。模拟仿真的特点是直观、运算速度快,但精度较差。数字仿真基于数值计算原理,仿真的工具是数字计算机和软件。数字仿真自动化程度高,具有复杂逻辑判断能力,而且结果的精度相对较高。模拟-数字混合仿真将模拟仿真和数字仿真相结合,仿真的工具是混合计算机系统。这种混合仿真兼备模拟仿真和数字仿真的优点,可以快速地进行多次仿真研究,因此特别适用于参数寻优、统计分析等方面的应用,尤其是在复杂系统的实时仿真方面体现出较大的优越性。

根据被仿真系统的性质,可以将仿真分为连续系统仿真(continuous system simulation)、离散事件系统仿真(discrete event system simulation)、连续与离散事件混合系统仿真。很多工程系统以连续系统为主要特征,其模型主要用描述物理、化学、生物等方面变化规律的数学关系来表达。反之,很多非工程系统以离散事件系统为主要特征,其模型主要用描述实体、事件、行为及其逻辑和时序关系的流程图以及必要的数学公式和形式化描述规范来表达。需要指出的是,大量的系统以连续与离散事件混合的形式存在,其仿真方法是上述两种方法的有机结合,并且可以建立统一的描述规范。

2. 仿真的应用

计算机仿真在航天、航空、武器、核能、机械、电力、电子、化工、通信、建筑、交通、冶金等工程领域得到广泛应用。

在航天工业中,仿真是运载火箭、卫星、飞船等复杂大系统分析、设计、验证和操作训练的重要手段。例如在美国的阿波罗登月计划中成功运用仿真手段,

对飞船的空间飞行、月球着陆等过程进行了分析评估和训练模拟，为登月计划的成功实现提供了重要的保证。我国的“神舟”载人飞船工程中，也在飞船的轨道设计、航天员的救生逃逸系统等许多方面采用了仿真技术。

仿真在航空工业中的应用非常广泛，飞机的设计制造和驾驶训练都离不开仿真技术的支持。例如由英法联合研制的“协和”喷气式超音速客机，在整个设计过程中均采用了计算机仿真技术，使得研制周期缩短、研制费用下降。又如，飞行模拟器被广泛用于飞行训练，由计算机系统、六自由度运动系统、视景系统等构成的模拟驾驶装置，其成本远低于飞机及其飞行的成本，且安全性高。据统计，利用波音 747 飞行仿真器训练飞行员，每天按飞行 20 架次小时计算，仅燃油一年就至少可以节约 30 万吨。

武器工业是仿真技术应用的重要领域，而且发展迅速。随着科学技术的不断进步，武器装备的高新技术含量大大增加，信息化程度不断提高。面对未来体系对体系的信息化战场环境，传统的武器装备研制方法已不能适应新形势的需要，仿真在武器装备研制的各个阶段都发挥着越来越重要的作用，各类武器装备仿真方法和仿真系统也应运而生。例如，采用不同层次的仿真方法，可以在给定的作战需求背景下，从工程研制的角度分析和评估单个武器装备（或其分系统和部件）的设计性能以及与性能有关的其他技术指标；也可以在战术行动想定下分析评估某一型号武器系统对特定目标的作战效能，或在战役行动想定下分析评估使用多种武器系统完成特定作战任务的整体效能，乃至在战区行动想定下分析评估协同使用多军兵种武器装备完成联合作战任务的综合效能等。

仿真在核工业领域的应用非常成功。在能源日趋紧张的今天，核能备受青睐，核电站得到很大的发展和普及。但由于核电站特殊的安全性要求，其操作人员的培训不能直接在运行中的核电站上进行，只能用核电仿真器来训练操作人员，研究异常现象处理和故障排除等方法。核电仿真器的控制台操作面板与真实系统的操作面板完全一致，只是反应堆、涡轮发电机等装置的工作过程和响应输出是用计算机仿真实现的。

机械制造工业经历了从手工业到大机器再到大规模流水生产线的发展历程。柔性制造系统和计算机集成制造系统使得机械制造工业的自动化程度有了很大的提高。在自动化生产线上加工产品，其生产工艺流程安排是通过计算机仿真完成的。每个工件什么时候通过自动小车运送到机床上加工，什么时候送到哪一个缓冲站等候加工，其中存在着复杂的优化决策问题，通过计算机仿真可以寻找最佳控制方案。

此外，仿真也可以用于工程领域中某类特定系统的设计及其理论研究。例如，在工业控制系统设计中大量应用计算机仿真技术，以便对控制器的性能进行验证，非线性控制系统的设计尤其依赖于仿真。在最佳控制、自适应控制、大系统分解协调等理论研究中，仿真还被用来验证理论成果的正确性。

社会、经济、军事作战等非工程领域问题有一个普遍的特点，就是系统状态的变化具有多重性和不确定性等复杂的性质，因此大都很难用解析方法求解。对于解决非工程领域中的预测、评价、优化和决策等问题，计算机仿真能够起到很大的作用。

军事作战领域历来都是仿真技术应用最活跃的领域之一。军事战略战术是否运用得当，将直接影响战役的成败甚至整个战争的结局。以往，指挥员们总是习惯在地图和沙盘上制定作战计划、指挥部队行动，而新的战术原则只能通过沙盘推演和实兵演习进行分析、设计和验证。计算机仿真的应用带来了新的变化。例如，可以利用作战仿真系统，分析战役组织的最佳兵力结构和兵力部署，研究兵力资源消耗、预备队使用、后勤支援保障等诸多问题，并通过对战役态势的权衡分析，辅助指挥员制定最佳的作战方案。利用指挥训练仿真系统，可以针对各级、各类指挥人员进行作战模拟训练。利用武器装备体系作战仿真推演系统，可以将军事作战指挥与武器装备运用有机地结合起来，对武器装备发展建设、作战运用和部队训练演习方案等进行科学的分析、论证、评估和决策，也可以对战争的胜负以及武器装备的数量和作战能力需求进行合理的推算和研判。

计算机仿真在经济管理和营销决策方面有很多应用。例如，世界上越来越多的商业公司开始建立其公司营销模型，用于市场预测、经营分析和策略评价等，同时也为公司业务人员培训提供支持。

计算机仿真在医学领域很有应用价值。例如，在对肿瘤的放射性治疗方面，可以将肿瘤的位置、病变的程度以及其他组织的相对位置输入到计算机中，通过仿真得到不同强度和不同方向照射下的各种可能结果，并且给出一个最佳的照射条件。用计算机仿真辅助进行疾病诊断和确定手术方案，既经济方便，又可以减轻病人的痛苦。

计算机仿真在通信和交通方面有着大量的应用。例如，对航空公司的业务及其拥有的飞机和起落的机场进行仿真分析，可以分析回答飞机起降时间安排、新飞机购置、新航线开辟、飞机维修保障等方面的问题。又如，对城市道路交通状况进行仿真分析，可以确定最佳的交通控制策略。再如，对电话通信系统进行仿真分析，可以确定各分局的容量以及使用密度和频度，以便在最经济的水平上为顾客提供满意的服务。

计算机仿真还可用于社会、经济、生态等方面的宏观决策和政策研究。例如，应用控制论的思想方法建立“系统动力学”模型，研究人口增长、环境污染、能源损耗等对社会经济的影响及其控制策略问题，辅助决策者制定规划和政策。在系统动力学仿真中，模型建立容易受到主观因素的影响，而且许多模型参数往往是通过估计和推测得到的，因此仿真结果与实际情况之间往往存在偏离，但是利用仿真结果进行一些定性的趋势分析还是有意义的。例如，“世界模型”用于预测人类世界发展中的一些共同问题，模型中主要考虑了人口增长、工业发

展、环境污染、资源消耗、食物供给等五个方面的因素及其相互制约关系，是系统动力学仿真应用的一个典型案例。

1.1.4 仿真建模的基本原则

模型为认识和研究系统提供了一种既规范和准确，又易于理解和传递的表达形式，从而能够增强人们对系统的认识和分析能力，提高系统的论证、设计、研制和使用水平。建模过程中应把握好以下几项基本原则。

(1) 准确把握仿真目的

仿真建模服务于仿真研究的目的，仿真目的在很大程度上决定了模型的层次类型、功能结构、描述方法和分辨率要求。建立模型之前，首先要根据仿真目的，对所研究的系统进行必要的界定，并针对所研究的问题做出必要的约定、假设和简化，从而明确建模的前提条件和模型的适用范围。建模过程中，仿真目的对模型的影响也是多方面的。仿真目的可能会影响到模型的类型和描述方法，如果研究武器装备的作战使用原则，那么一般只需采用概率统计方法建立武器系统交战的解析计算模型；如果评估武器装备的作战效能，则需基于物理学原理建立武器系统交战的实体行为模型。仿真目的也可能影响模型变量的定义，例如，同一个变化因素有时可以定义为系统的内部变量，有时又可定义为系统的输入变量。

(2) 有效利用领域知识

作为仿真研究对象的各类系统，大多已经被前人研究过，而且积累了丰富的经验和知识，形成了相应的科学分支。在这些分支中，已经发现了许多原理和规律，有的已经建立了比较详尽的理论模型。建模过程中，要将关于系统的理论成果作为建模的重要知识来源，以保证所建立的模型有充分的理论依据。然而，理论知识只是对一般原理的阐述，关于仿真对象系统（或类似系统）运行的经验知识、观测数据或试验结果（如果存在的话），是掌握系统特殊性质的重要手段，因此也是建模的重要知识来源。仿真建模离不开相关领域知识的支持，理论知识与专家经验、观测数据、试验结果的有机结合，构成了仿真建模的领域知识基础。只有将各类知识相互补充、相互印证，才能使所建立的模型既符合对象系统必须遵循的一般原理，又体现对象系统的特殊性质。

(3) 正确选取研究途径

仿真建模可以看作是一个综合利用各种知识来源，针对建模目的进行知识采集、处理和表达的过程。根据知识的主要来源，可以将建模研究分为演绎和归纳两种基本途径。演绎建模是一个从一般到特殊的过程，它以已有的科学假定和知识体系为基础，主要通过对已有知识的演绎来建立系统的模型。反之，归纳建模则是一个从特殊到一般的过程，它以已有的观测或试验数据为依据，主要通过对已有数据的归纳总结来建立系统的模型。

掌握正确的建模研究途径非常重要。受系统自身的复杂性和人类现阶段认识能力的制约,人们对各类系统构造原理和运行机理的理论描述能力存在差异。根据人类对系统内在规律的理论描述能力,按照程度由高到低的顺序,可以将仿真建模的对象划分为“白箱”、“灰箱”和“黑箱”等三类系统。人们对“白箱”系统(如导弹、飞机等工程系统)的内部结构和特性已经掌握得比较清楚,利用一些已知的定理、定律等,基本上可以通过演绎的方法来建立它们的数学模型。对那些内部结构和特性尚不够清楚的“灰箱”系统,如生命、生态等系统,需要将演绎法和归纳法紧密结合,才能建立系统的数学模型。对于以社会经济系统为代表的“黑箱”系统,人们对其发展变化规律的理论描述能力还比较差,一般只能通过统计分析等方法归纳推导系统的数学模型。

(4) 科学利用建模方法

仿真建模的方法有很多,例如按照所描述系统的性质,可以分为连续系统建模方法、离散事件系统建模方法;按照所建模型的性质,可以分为概念、描述、功能、约束、空间等各种建模方法;按照建模的原理,又可以分为机理建模、辨识建模、模糊建模等各类建模方法;按照建模方法的理论特征,也可以分出面向对象建模、层次化混合异构建模、一体化组合建模、多视角多分辨率建模等多种类型。

建模方法的选取主要取决于系统的性质及仿真的目的。无论采取哪种方法,都应符合仿真建模的一般要求。这些要求包括适用性,即模型应能够有效地反应所描述系统的特性和规律,其精度应当与仿真研究的目的相适合;简单性,即在满足精度要求的前提下,应尽可能地对模型进行简化处理;清晰性,即模型的结构应当清晰,尽可能减少子模型之间的内在耦合联系,对实体的属性、状态、活动以及实体间信息关系的描述应当清楚;组合性,即模型应当尽可能建立在灵活可变的体系框架之上,以便于实现模型的组合和重用。

(5) 充分保证模型的可信程度

模型的可信度直接影响仿真结果的可信度。仿真作为一门科学,有别于简单模仿的基本前提就是模型是可信的。模型可信度受很多因素的影响,例如,仿真目标的可行性、建模方法的科学性、理论知识的正确性、模型简化的合理性、建模数据的准确性、专家经验的权威性、仿真程序的一致性、问题领域的适用性等。模型的可信度问题是一个十分复杂的问题,如何保证模型具有所需要的可信度,是至今没有完全解决的严峻课题。坚实的科学基础、可靠的过程管理、充分的实践检验是保证模型可信度的基本途径。

仿真模型的可信度应当通过科学规范的模型验证、确认和认定工作来保证。就像工业产品的质量保证一样,模型的验证、确认和认定工作也要贯穿建模仿真的全寿命周期(图 1.4),而且需要投入专门的时间、经费和人力资源,遗憾的是,这一点至今尚未得到充分的理解和重视。

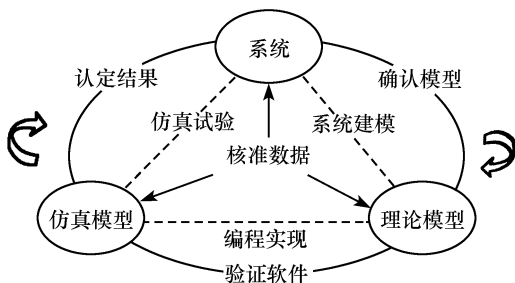


图 1.4 模型的验证、确认和认定

1.1.5 仿真研究的基本步骤

仿真不是单纯的数值计算。采用计算机仿真方法解决实际问题，要从对问题的分析和描述出发，通过建模、试验、分析等一系列步骤，直至得到问题的解答。如果得到的解答不完备或不正确，还要对仿真中间的某些环节进行必要的调整或修正。计算机仿真的基本步骤如下，各步骤之间的有些内容可能会有交叉、迭代。

(1) 问题描述与需求分析

明确需要通过仿真解决的问题，确立仿真研究的目标和要求。分析仿真对象系统的构成、边界和环境，辨识系统的实体、属性、状态和行为，明确用于系统性能评价和方案优选的定量指标。形成建模的前提约定和假设条件，明确模型的层次类型、详尽程度、精度指标和适用范围，明确建模的数据需求和数据来源。撰写涵盖以上内容的仿真项目需求分析报告，并制定包括任务分工、资源投入和节点目标在内的项目实施计划。这一阶段的工作，很多内容都需要建模仿真人员和仿真用户或任务委托方进行充分地协商和深入地讨论。

(2) 模型设计与数据准备

对仿真对象系统进行抽象和简化,使用适当的建模方法,采取数学公式、逻辑流程图等形式,对系统的功能、结构和特性进行描述,建立系统的理论模型。设计仿真软件结构、功能和接口,选择编制模型的程序设计语言和开发环境,将理论模型转换为能在计算机上实现的最佳形式。收集模型运行所需的各种数据,对数据进行必要地清理,保证数据的完备性和准确性;对数据进行适当的处理,使数据具有模型所要求的形式。有时数据需要从实际系统中实时获取。

(3) 仿真开发与模型校验

确立仿真体系结构,准备必要的硬件设备和软件开发工具,建立想定编辑、模型生成、模型解算、运行控制、试验设计、数据统计、指标评估、图形显示等仿真支持系统,形成完备的计算机仿真开发环境。设置仿真实定,构造模型框架,明确仿真算法,编写仿真程序,建立仿真系统。对仿真系统进行测试,对仿

真模型进行验证，对理论模型进行确认，进而对仿真系统的有效性进行全面认定。

(4) 仿真试验与结果分析

根据仿真目的和模型特点，分析试验需求和计算资源，确定仿真试验方案和方法。根据试验方案，运行仿真模型并对运行过程施加必要的人工干预和控制。利用数据库、多媒体等技术手段，采集、显示、存储和管理仿真结果。对仿真结果进行分析、处理和深度开采，以支持系统论证、评估、设计、预测、优化、决策等实际应用。

1.2 连续系统仿真

1.2.1 连续系统模型

连续系统模型有多种，这里仅对较常用的连续时间模型的线性定常形式作简单介绍。

1. 常微分方程模型

假定一个系统的输入变量为 $u(t)$ ，输出变量为 $y(t)$ ，则用线性常微分方程描述的系统数学模型的一般形式为

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = C_0 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + C_1 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} + \cdots + C_{n-1} u \tag{1.2.1}$$

其中 a_i ($i=1, 2, \cdots, n$) 为输出变量的系数， C_j ($j=0, 1, \cdots, n-1$) 为输入变量的系数。

当 $u=0$ ，即系统没有输入函数时，上式变为齐次常微分方程

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = 0 \tag{1.2.2}$$

线性常微分方程模型是连续系统仿真中连续时间模型的基本形式。

2. 传递函数模型

若系统的初始条件为零，即输入函数 $u(t)$ 和输出变量 $y(t)$ 及其各阶导数的初值均为零，系统在 $t=0$ 时刻处于一个稳定状态，则对式 (1.2.1) 两边取拉普拉斯变换后得

$$\begin{aligned} & s^n Y(s) + a_1 s^{n-1} Y(s) + \cdots + a_{n-1} s Y(s) + a_n Y(s) \\ &= C_0 s^{n-1} U(s) + C_1 s^{n-2} U(s) + \cdots + C_{n-1} U(s) \end{aligned} \tag{1.2.3}$$

整理后可得

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{C_0 s^{n-1} + C_1 s^{n-2} + \cdots + C_{n-1}}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} = \sum_{j=0}^{n-1} C_{n-j-1} s^j / \sum_{j=0}^n a_{n-j} s^j \quad (1.2.4)$$

其中 $a_0=1$ ，上式即称为系统的传递函数。

传递函数是研究线性系统动态响应性能的重要模型。它只与系统本身的结构、特性和参数有关，而与输入量的变化无关。

3. 状态空间模型

状态变量技术是利用 n 个一阶的微分方程去替换一个 n 阶的微分方程。因此，用状态变量描述的系统仿真主要是同步地求解 n 个一阶方程。

对于式 (1.2.1) 所示的常微分方程，设

$$u = a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_n x \quad (1.2.5)$$

引入状态变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ ，令

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \frac{dx}{dt} = \frac{dx_1}{dt} \\ x_3 &= \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dx_2}{dt} \\ &\vdots \\ x_n &= \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} = \frac{dx_{n-1}}{dt} \end{aligned}$$

由此得出一组微分方程

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = -a'_n x_1 - a'_{n-1} x_2 - \cdots - a'_1 x_n + bu \end{cases} \quad (1.2.6)$$

其中 $a'_i = a_i / a_0$ ($i=1, \cdots, n$), $b=1/a_0$ 。

将式 (1.2.6) 中的微分方程组写成矩阵形式

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u \quad (1.2.7)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & 1 \\ -a'_n & -a'_{n-1} & \cdots & -a'_1 & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$$

将式 (1.2.5) 代入式 (1.2.1) 得

$$\begin{aligned}
& a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y \\
&= C_0 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \left[a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x \right] \\
&\quad + C_1 \frac{d^{n-2}}{dt^{n-2}} \left[a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x \right] \\
&\quad + \cdots + C_{n-1} \left[a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x \right] \\
&= a_0 \frac{d}{dt} \left[C_0 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + C_1 \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \cdots + C_{n-1} x \right] \\
&\quad + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} \left[C_0 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + C_1 \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \cdots + C_{n-1} x \right] \\
&\quad + \cdots + a_n \left[C_0 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + C_1 \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \cdots + C_{n-1} x \right]
\end{aligned}$$

比较后即得

$$y = C_0 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + C_1 \frac{d^{n-2} x}{dt^{n-2}} + \cdots + C_{n-1} x = C_0 x_n + C_1 x_{n-1} + \cdots + C_{n-1} x_1 \quad (1.2.8)$$

写成矩阵形式为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \quad (1.2.9)$$

式中, $\mathbf{C} = [C_{n-1} \quad C_{n-2} \quad \cdots \quad C_0]$ 。

由此得出系统的状态空间模型

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \end{cases} \quad (1.2.10)$$

系统的状态空间模型不仅描述了系统输入与输出之间的关系,而且也描述了系统的内部情况。由控制理论可知,由于在微分方程模型中可以引进不同组合的状态变量,因此可以产生多个不同的状态空间模型。也就是说,一个系统的状态空间模型是不唯一的。

4. 连续系统数学模型示例

微分方程模型最早用来解决动力学、电磁学等领域中的问题。近年来,微分方程模型也被用来描述生态学中的作物生长,人口学中的人口增长规律,以及经济、社会和军事系统中的问题。可以说,微分方程模型普遍用于自然界中的许多领域,在这里仅举几个微分方程模型的简单例子和在军事领域中应用的较典型的例子。

例 1.1 自由落体运动

众所周知,一个物体在空中自由下落时,其下落的加速度为常数 $g=9.8\text{m/s}^2$ 。

根据牛顿定律可以写出自由落体的运动方程为

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = -g$$

初始条件为 $t=0$ 时, $h=H$, $\dot{h}=0$ 。如果取高度 h 和它的时间导数 $\dot{h}$ (物体的速度) 作为状态变量, 则在给定的初始条件下很容易写出状态方程为

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \dot{h} \\ \frac{d\dot{h}}{dt} = -g \end{cases}$$

若令 $x_1=h$, $x_2=\dot{h}$, 则方程可以写为

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -g \end{cases}$$

实际上这个问题非常简单, 从微分方程可以直接求出解为

$$h = H - \frac{1}{2}gt^2$$

但如果将问题考虑得更复杂一点, 就没有这么简单了。事实上重力加速度 g 是高度 h 的函数, 同时物体在下落过程中要受到空气阻力的作用, 而空气阻力与空气密度 (也是高度 h 的函数) 和物体的下落速度有关, 此时运动方程应当写为

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = -g(h) - \frac{D(h, \dot{h})}{M}$$

其中 M 是物体的质量, D 为空气阻力。

这样状态方程可以写为

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \dot{h} \\ \frac{d\dot{h}}{dt} = -g(h) - \frac{D(h, \dot{h})}{M} \end{cases}$$

对于这组方程, 在可能求不出解析解的情况下, 就需要利用计算机和数值积分方法求解。

例 1.2 炮弹的运动

某火炮以初速 v_0 与水平方向成 θ_0 夹角发射一颗炮弹, 炮弹的运动如图 1.5

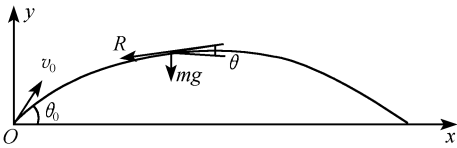


图 1.5 炮弹运动轨迹

所示。在重力和空气阻力的作用下, 炮弹的运动轨迹近似为一条抛物线。设在任意时刻 t 炮弹的位置坐标为 $x(t)$ 、 $y(t)$, 运动速度为 $v(t)$, 速度方向与水平方向的夹角为 $\theta(t)$, 则根据牛顿运动

定律，炮弹的运动方程可以写为

$$m\frac{d\boldsymbol{v}(t)}{dt}=\boldsymbol{R}+\boldsymbol{G}$$

其中 $\boldsymbol{R}$ 为炮弹遇到的空气阻力

$$\boldsymbol{R}=\frac{1}{2}C_a\rho v^2\boldsymbol{S}=kv^2$$

ρ 为空气密度， $\boldsymbol{S}$ 为炮弹的横截面积， C_a 为与炮弹几何形状有关的阻力系数。 $\boldsymbol{G}$ 为炮弹的重力

$$\boldsymbol{G}=mg$$

炮弹的运动速度可以写为

$$\boldsymbol{v}(t)=v(t)\cos\theta(t)\boldsymbol{x}^0+v(t)\sin\theta(t)\boldsymbol{y}^0$$

其中 $\boldsymbol{x}^0$ 为水平方向的单位矢量， $\boldsymbol{y}^0$ 为竖直方向的单位矢量。

故

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{v}(t)}{dt}=&\left[\frac{dv(t)}{dt}\cos\theta(t)-v(t)\sin\theta(t)\frac{d\theta(t)}{dt}\right]\boldsymbol{x}^0\\&+\left[\frac{dv(t)}{dt}\sin\theta(t)+v(t)\cos\theta(t)\frac{d\theta(t)}{dt}\right]\boldsymbol{y}^0\end{aligned}$$

将空气阻力沿水平方向和竖直方向分解，则运动方程可以写成如下形式：

$$\begin{cases}\frac{dv(t)}{dt}\cos\theta(t)-\frac{d\theta(t)}{dt}v(t)\sin\theta(t)=-kv^2(t)\cos\theta(t)\\\frac{dv(t)}{dt}\sin\theta(t)+\frac{d\theta(t)}{dt}v(t)\cos\theta(t)=-kv^2(t)\sin\theta(t)-mg\\\frac{dx(t)}{dt}=v(t)\cos\theta(t)\\\frac{dy(t)}{dt}=v(t)\sin\theta(t)\end{cases}$$

方程的初始条件为： $t=0$ 时， $x(t)=0$ ， $y(t)=0$ ， $v(t)=v_0$ ， $\theta(t)=\theta_0$ 。

例 1.3 导弹打飞机

一架敌方飞机在高度为 H 的空中沿固定航向直线飞行，地空导弹位于地面上 A 点，如图 1.6 所示。飞机的飞行速度为 v_a ，当飞机飞临地空导弹正上方时地空导弹发射，地空导弹飞行速度为常数 v_m ，按照比例导引方式地空导弹的速度方向始终指向飞机。

记在 t 时刻飞机的横坐标为 x_a ，导弹的坐标为 x_m 和 y_m ，则根据运动规律

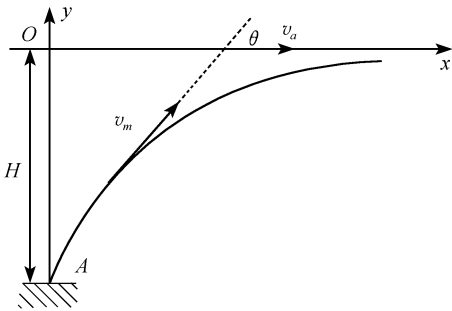


图 1.6 导弹拦截飞机示意

可以列出方程如下：

$$\begin{cases} x_a = v_a t & (\dot{x}_a = v_a) \\ \dot{x}_m = v_m \cos \theta \\ \dot{y}_m = v_m \sin \theta \\ \tan \theta = \frac{H - y_m}{x_a - x_m} \end{cases}$$

初始条件为： $t=0$ 时， $x_a=0$ ， $x_m=0$ ， $y_m=-H$ ， $\theta=\pi/2$ 。

1.2.2 连续系统仿真算法

连续系统仿真可以归结为，针对由微分方程等形式描述的系统动态行为的数学模型，找出一个与之等价的离散模型，并用系统仿真方法求解的过程。实质上，系统仿真的过程就是根据系统数学模型所描述的系统演化规律，根据时间的推进不断求解出系统在各时刻状态值的过程。多数情况下，系统在某一时刻的状态是根据前一时刻状态计算得出的。

系统仿真过程中，系统的状态总是在离散时刻点上获得。因此对于连续系统仿真而言，首先应将其微分方程模型离散化，继而采用数值积分方法求解。

假设连续系统模型可以描述为一阶常微分方程组或状态方程的形式

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.11)$$

在线性系统的情况下，上式可写成

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\mathbf{X} + \mathbf{G}u \quad (1.2.12)$$

对于上述微分方程组的数值积分，即仿真模型的运行，是求解离散方程

$$x_i(k+1) = f_i[x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k), kT], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.13)$$

这里 $x_i(k)$ 是系统第 i 个状态变量在 $t=kT$ 时的值。

常微分方程的数值积分解法有很多，在此仅简述使用最普遍的四阶龙格-库塔 (Runge-Kutta) 法。

龙格-库塔方法的思想是用函数 f 的线性组合代替 f 的高阶导数项，从而可避免计算高阶导数，同时又可获得较高的数值积分精度。

考虑一元一次常微分方程

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

初始条件为 $t=t_0$ 时， $x=x_0$ 。先将方程的精确解 $x(t)$ 在 t_0 附近用泰勒级数展开为

$$x(t_0 + h) = x(t_0) + h\dot{x}(t_0) + \frac{h^2}{2}\ddot{x}(t_0) + \dots \quad (1.2.14)$$

因为

$$\dot{x}(t_n) = \dot{f}_n$$

$$\ddot{x}(t_n) = \dot{f}_n + f_n \dot{f}_{x_n}$$

所以式 (1.2.14) 又可以写为

$$x_{n+1} = x_n + hf_n + \frac{h}{2}(\dot{f}_n + f_n \dot{f}_{x_n}) + \dots \quad (1.2.15)$$

在式 (1.2.15) 中如果只取前两项作为近似解, 则得欧拉公式

$$x_{n+1} = x_n + hf_n \quad (1.2.16)$$

欧拉公式的特点是计算速度快, 但精度较差。为了获得高精度的解, 在近似过程中必须选取更高阶的项, 从而需要计算高阶导数, 这项工作对于计算机来说往往是相当困难的。龙格-库塔法利用函数的线性组合代替高阶导数计算, 从而解决了这个问题。

龙格-库塔公式的一般形式为

$$x_{n+1} = x_n + h \sum_{i=1}^S \gamma_i k_i \quad (1.2.17)$$

式中 $k_1 = f(x_n, t_n)$, $k_i = f\left(x_n + h \sum_{j=1}^{i-1} \beta_j k_j, t_n + \alpha h\right)$, $\alpha = \sum_{j=1}^{i-1} \beta_j$ 。

α_i 、 β_j 、 γ_i 为待定系数, S 为龙格-库塔公式的阶数。在给定 S 值后, 通过将式 (1.2.17) 展开成 h 的幂级数, 然后与泰勒展开式的系数进行比较, 可以确定 γ_i 、 β_j 的值。

四阶以下的龙格-库塔公式每积分一步右端函数值所需的计算次数等于阶数, 而四阶以上的方法右端函数值的计算次数大于阶数。因此最常用的龙格-库塔方法是四阶龙格-库塔公式:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 &= f(x_n, t_n) \\ k_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{2}k_1, t_n + \frac{h}{2}\right) \\ k_3 &= f\left(x_n + \frac{h}{2}k_2, t_n + \frac{h}{2}\right) \\ k_4 &= f(x_n + hk_3, t_n + h) \end{aligned} \quad (1.2.18)$$

龙格-库塔法属于单步法, 即已知 t_n 点上的值 x_n 便可以计算出 x_{n+1} 的值。因而只要给定方程的初值 x_0 , 就可逐步计算出 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的值。

四阶龙格-库塔公式的截断误差为 $O(h^5)$, 已经能满足一般的精度要求。龙格-库塔法的计算精度取决于步长 h 的大小, 那么是否将 h 取得十分小就可以获得很高的精度呢? 事实并非如此, 因为计算机字长有限, 在计算中存在舍入误差, 且随计算次数累加。计算步长小, 则计算次数相应增加, 舍入误差就十分明